

Matemàtiques, un llenguatge universal per entendre el món

Docent: Iolanda Guevara Casanova

Càrrec: Coordinadora

Curs 2025-26: UNED Sènior Barcelona

Hores lectives: 30 h

Dia i hora: dimarts 11.30 a 13.30 h

Idioma: català

Calendari: setembre: 16, 23 i 30

octubre: 7, 14, 21 i 28

novembre: 4, 11, 18 i 25

desembre: 2, 9 i 16

gener: 13

Introducció

D'on venen les xifres que utilitzem actualment? Per què hem deixat d'utilitzar les xifres romanes si encara transitem per una autopista (Barcelona-Girona) que segueix en part el traçat de la Via Augusta construïda pels romans? Com podem mesurar o estimar l'amplada d'un riu sense travessar-lo? I l'alçada d'un edifici? Per a què necessitem fórmules si podem descriure i explicar les situacions amb les paraules? És veritat que és més probable que la llesca de pa amb melmelada caigui del costat de la melmelada?

El curs consta de quinze sessions, agrupades en cinc blocs: nombres, àlgebra, geometria, mesura i estadística i probabilitat. Cada bloc es desenvolupa en tres sessions, una d'història de les matemàtiques i les altres relacionades amb reptes o situacions del

món actual que es resolen amb les matemàtiques que estan en joc en aquell bloc.

Aquest curs és el cinquè de la sèrie iniciada amb *Sentits matemàtics per entendre el món* (curs 2021-2022) i continuada amb *Reptes i situacions per a desenvolupar els sentits matemàtics* (curs 2022-2023), *Reptes i contextos per a desenvolupar el gust per les matemàtiques* (curs 2023-2024), *Gaudir amb les matemàtiques i entendre millor el món* (curs 2024-2025). Pretén els mateixos objectius i serà impartit bàsicament pel mateix equip de professorat.

Objectius

En aquest curs es resolen les qüestions plantejades a la presentació i d'altres, a partir del desenvolupament dels sentits matemàtics. Entenem el sentit matemàtic com el conjunt de capacitats relacionades amb el domini en context de continguts numèrics i algebraics, geomètrics, mètrics i estocàstics, que permeten emprar aquests continguts d'una manera funcional i amb confiança en les pròpies habilitats. L'origen d'aquesta consideració arrenca d'apreciar que les matemàtiques són una ciència cultural, que permet pensar, entendre i actuar en els problemes de l'entorn que tenen a veure amb la quantitat, la forma, la grandària i la incertesa.

A partir d'aquesta idea hem tornat a organitzar les quinze sessions del curs amb les mateixes parts que els cursos anteriors. L'hem dividit en cinc blocs: nombres, àlgebra, estadística i probabilitat, geometria i mesura. A la vegada, cadascun dels cinc blocs l'hem subdividit en tres sessions. A la primera sessió presentarem algun tema relacionat amb la història d'aquesta part de les matemàtiques, a la segona i a la tercera sessió tractarem algun aspecte rellevant, curiós o interessant o bé mirarem al nostre entorn buscant aquelles matemàtiques relacionades amb algun d'aquests cinc sentits. Per descomptat que totes les sessions seran diferents de les impartides els cursos 2023-2024 i 2024-2025. Les Matemàtiques estan per tot arreu ja ho veureu, no les acabarem pas. Ens agradarà compartir amb vosaltres aquesta visió del món a través de les ulleres matemàtiques, no us ho perdeu!

Programa

EL SENTIT NUMÈRIC

16/09

Història dels nombres

1. Nombres negatius, des de quan i per a què

Els nombres negatius, tal com els coneixem ara, temperatures negatives, o bé dates que s'expressen amb nombres negatius i fins i tot en ascensors tenen una història amb molts obstacles, sobretot en el pas de donar sentit a quantitats negatives aïllades i manipular-les. En aquesta sessió presentarem alguns exemples fent un breu recorregut històric dins de la història dels nombres.

23/09

Situacions amb nombres

2. Quadrats màgics, quadrats grecollatins i altres recreacions numèriques

La idea de situar nombres en una quadrícula o una estructura de manera que verifiquin certes propietats ha estat font per a la creació de moltes recreacions matemàtiques. De entre totes, destaquen els quadrats màgics (el més senzill dels quals ja es coneixia a la Xina fa prop de 1000 anys) on la suma dels nombres que hi ha en totes les files, columnes i diagonals ha de ser la mateixa i que ha tingut una llarga història fins al dia d'avui (La malenconia, quadre d A. Durer, Ramanujan, Sagrada família, etc...). Més recent és la formulació dels anomenats quadrats grecollatins, establerts per L. Euler al segle XVIII, qui per cert va formular una conjectura que s'ha demostrat falsa i que dos segles més tard donarien lloc als coneguts sudokus.

30/09

Situacions amb nombres

3. Aritmúsica (La construcció numèrica de l'escala i una mica de geometria musical)

Pitàgores va ser el primer que va establir un vincle directe entre música i matemàtiques. A la sessió visualitzarem aquest vincle construint l'escala musical a partir d'uns senzills càlculs amb fraccions i unes gotes d'harmonia,... També explorarem altres connexions, com els jocs combinatoris i geomètrics utilitzats per alguns compositors al llarg de la història.

EL SENTIT DE LA MESURA

07/10

Situacions amb mesura

5. Nombres nous i nombres antics necessaris per a mesurar

Quan prenem una mesura, fem servir una unitat i volem saber quantes vegades conté aquesta unitat, allò que volem mesurar. Algunes vegades, aquest procediment és senzill però en d'altres, es requereixen moltes divisions d'aquesta unitat per tal de poder obtenir un resultat exacte i en alguns casos, per més que dividim la unitat, no aconseguirem que mesuri exactament allò que volem mesurar. Aquí apareixen els nombres irracionals que van trigar molt en ser acceptats com a nombres i tenen una història molt interessant. Els trobem en situacions molt diverses relacionades amb mesures, construccions geomètriques, o resolució d'equacions. Mostrarem exemples d'algunes d'aquestes situacions.

14/10

Història de la mesura

4. Aristarc de Samos, les distàncies al Sol i a la Lluna

Mesurar distàncies o objectes ha estat una activitat matemàtica realitzada des de l'antiguitat. En aquesta sessió presentarem part de la història de la mesura i finalitzarem amb els càlculs de les distàncies relatives entre la Terra i el Sol, i entre la Terra i la Lluna amb el mateix procediment que emprava Aristarc en la seva obra de 260 a.C..

21/10

Situacions amb mesura

6. Mesures inaccessibles utilitzant triangles

Què ocorre quan volem prendre una mesura, disposem de l'instrument apropiat per a prendre-la, però no podem accedir a mesurar directament? Com es mesura l'amplària d'un riu si no hi ha un pont per a creuar d'una riba a una altra? i l'altura d'un edifici sense pujar fins al punt més alt per a tendir una corda i després mesurar la seva longitud? Des

de fa segles la humanitat se les ha enginyat, utilitzant les matemàtiques, per a mesurar distàncies inaccessibles. Els procediments o resultats matemàtics que s'apliquen són diversos però en la majoria de casos els triangles juguen un paper primordial.

EL SENTIT ALGEBRAIC

28/10

Història de l'àlgebra

7. Problemes de diferents civilitzacions i la seva resolució al llarg de la història

A les tauletes babilòniques, per exemple, hi trobem problemes pràctics però també de purament especulatius. Alguns s'han interpretat en clau algebraica, però, es pot considerar àlgebra el mètode pel qual s'han resolt? També en altres civilitzacions s'han resolt problemes tant pràctics com especulatius. En aquesta sessió en resoldrem alguns que ens traslladaran a altres llocs, com l'antic Egipte, l'antiga Grècia, l'antiga Xina, o el món islàmic, amb entorns culturals ben diferents. Compararem la manera com es resolien amb la manera com ho faríem actualment i reflexionarem sobre els procediments algebraics i la seva importància en la resolució de problemes.

4/11

Situacions amb àlgebra

8. Creixement lineal i creixement exponencial

Moltes situacions o fenòmens de la vida quotidiana es caracteritzen perquè canvien d'un estat inicial a un estat final i aquests canvis són mesurables, es poden mesurar. Una ampolla d'aigua es buida a mesura que la fem servir, amb quina velocitat? Què passa si pleguem un paper per la meitat, quantes parts hem fet del paper? I si el tornem a doblegar? I si ho fem moltes vegades? Hi ha alguna expressió per descriure de forma abreujada aquest procés de plegar el paper?

11/11

Situacions amb àlgebra

9. Baldufes, copes i escultures giratòries

Quan érem petits ens apassionava jugar amb baldufes, fins i tot ara les baldufes són objectes que desperten els nostres instints juganers. En aquesta sessió, en format taller,

jugarem amb baldufes virtuals, però abans les haurem de dissenyar utilitzant el vostre enginy, la vostra creativitat i un grapatet d'expressions matemàtiques senzilles. No oblideu portar llapis, paper, calculadora, i moltes ganes de passar-ho bé.

EL SENTIT GEOMÈTRIC

18/11

Història de la geometria

10. De la geometria euclidiana als mons fantàstics d'altres geometries

Dibuixeu una recta, dibuixeu un punt fora de la recta, intenteu dibuixar alguna recta paral·lela a la primera i que passi per el punt exterior. Quantes rectes podeu dibuixar amb aquesta condició? Euclides, uns quants segles abans de crist va dir que només se'n pot dibuixar una, òbviament. Però quan al 1825 János Boyai va intentar trobar-ne una demostració, el seu pare, el matemàtic Farkas Bolyai, li va escriure una carta dient: Per l'amor de Déu, t'ho prego, oblida-ho. Tem-ho com a les passions sensuais. Perquè, igual que elles, pot arribar a absorbir tot el teu temps i privar-te de la teva salut, de la pau d'esperit i de la felicitat a la vida. Però János no li va fer cas i va trobar la porta d'uns universos fantàstics.

25/11

Situacions amb geometria

11. Geometria decorativa: rosasses, frisos i mosaics

Totes les cultures decoren: els objectes (ceràmiques, teixits, mobles...), els edificis (façanes, parets interiors, finestrals, reixats, terres...). La simetria i altres moviments en el pla, juguen un paper important per buscar harmonies visuals. La majoria de motius repetitius es poden classificar, segons la seva estructura geomètrica, en una quantitat força reduïda de models. Durant la sessió estudiarem tres tipus d'elements decoratius: rosasses, sanefes i mosaics.

2/12

Situacions amb geometria

12. Del triangle de Pascal als fractals, passant per les corbes patològiques

Tot i que el triangle aritmètic sorgí com una recreació aritmètica, si pintem de colors els

nombres que el formen d'acord amb els residus de dividir-los per dos (o per un altre nombre) obtenim unes interessants estructures geomètriques (triangle de Sierpinski). D'aquí a les corbes patològiques (corba de Koch, corba de Peano) hi ha un petit pas que ens situa a les portes del concepte de fractal (encara en el terreny purament matemàtic). Ja a la segona meitat del s. XX, Mandelbrot relacionarà aquestes estructures matemàtiques amb l'art (Hokusai) i la natura (la longitud de la costa de Gran Bretanya) iniciant un nou camp en el que la geometria "s'atreveix" a estudiar estructures irregulars, trencades o ramificades.

EL SENTIT ESTOCÀSTIC

9/12

Història de l'estadística i la probabilitat

13. Estadística i probabilitat: dues disciplines amb camins paral·lels

Les disciplines científiques sorgeixen sovint de la necessitat que ha tingut la humanitat d'entendre el món que l'envolta o també de necessitats més pràctiques com el repartiment de terres. L'activitat lúdica també ha estat, de vegades, el motor que ha impulsat el naixement d'alguna disciplina. L'estadística sorgeix de la necessitat de recopilar dades, ja siguin de població, de collites, d'impostos, etc. En canvi, la teoria de probabilitats neix per una qüestió lúdica com és l'estudi dels jocs d'atzar. El naixement d'ambdues disciplines va tenir lloc cap als segles XVII-XVIII. Veurem, en aquesta sessió, la relació entre ambdues disciplines, com es pot enganyar utilitzant estadístiques i com la probabilitat ens pot ajudar a entendre com, de vegades, ens falla la intuïció.

16/12

Situacions amb estadística i probabilitat

14. Jocs, apostes, concursos i el problema de les tres portes

Per què juguem a la loteria? Quina és la millor aposta en una determinada situació? Es pot comptar, les matemàtiques ens poden ajudar a decidir-ho? Si caminem pel carrer i travessem el carrer, poden passar dues coses: que m'atropelli un cotxe o que no m'atropelli, cada esdeveniment té la mateixa probabilitat? Hi ha alguna manera de comptar-ho?

13/01

Situacions amb estadística i probabilitat

15. Estadística i mètode científic: Els contrast d'hipòtesis

Normalment les dades contenen una barreja del que anomenem senyal (una diferència respecte al que és habitual) i soroll (variabilitat aleatòria). Tan dolent és perdre's el senyal com voler interpretar el que només és soroll. En aquesta sessió veurem com l'estadística ens ajuda a separar una cosa de l'altre i com això ens ajuda a prendre decisions amb un millor coneixement de la realitat.

Metodologia

Les sessions de dues hores s'organitzen de manera que a partir d'un repte, una pregunta o una curiositat, plantejat per la persona que imparteix la sessió, es va estirant el fil i s'exposen altres situacions que també hi estan relacionades. Les presentacions seran clares i pausades de manera que els assistents puguin fer preguntes i observacions al que s'està exposant. Per tal de promoure i facilitar la comprensió de les matemàtiques incloses en cada sessió, es faran pauses en el discurs i es proposaran activitats que els assistents puguin resoldre en parelles o trios, amb el suport de la persona que condueix la sessió. Cada sessió es clourà amb una breu síntesi de les matemàtiques treballades i del paper que han tingut al llarg del tema del dia.

Cada divendres anterior a la sessió del dimarts de la setmana següent la persona que impartirà la sessió enviarà un correu als assistents per introduir-los de forma molt breu a la sessió i també per si el cas cal portar algun material "especial", paper quadriculat, tissors, llapis de colors,...

Després de cada sessió els assistents tindran accés a la presentació utilitzada i, si és el cas, també tindran l'opció a establir correspondència electrònica amb la persona que haurà impartit la sessió.

Bibliografia

En cada sessió es donarà la bibliografia relacionada.